

## التمرين الأول: 07,5 نقطة

الجزء الأول:  $g$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = xe^{x+1} - 1$ .

- أدرس تغيرات الدالة  $g$ .
- أبين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0,27 < \alpha < 0,29$ .  
ب) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

الجزء الثاني:  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $f(x) = (x-1)(e^{x+1} - 1)$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

- أحسب نهايات الدالة  $f$  عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها.
- أبين أنه من أجل  $x \in \mathbb{R}$ :  $f'(x) = g(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .  
ب) بين أن  $f(\alpha) = -\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$  ثم أعط حصرا لـ  $f(\alpha)$ .
- أبين أن  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها.  
ب) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x + 1$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $-\infty$  ثم أدرس الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$ .

- أبين أن  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا لـ  $(\Delta)$  يطلب كتابة معادلتها له.  
ب) عين احداثيات نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامي محوري الاحداثيات.
- أنشئ كلامن  $(\Delta)$  و  $(T)$  ثم أرسم  $(C_f)$  نأخذ  $f(\alpha) = -1,87$ .

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $f(x) = -x + \ln m$

## التمرين الثاني: 07,5 نقطة

الجزء الأول:  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بالعلاقة:  $g(x) = \frac{a+b \ln x}{x^2}$  بجدول تغيراتها المقابل.

$x$	0	$\frac{1}{e^2}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{2}e$	0

1. انطلقا من جدول تغيرات الدالة  $g$  بين أن  $a = b = 1$ .

2. أحسب  $g(e^{-1})$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$

الجزء الثاني:  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{2 + \ln x}{x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. أ) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها.  
ب) بين أنه من أجل  $x \in ]0; +\infty[$  :  $f'(x) = -g(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
2. أ) عين دون حساب  $\lim_{x \rightarrow e^{-1}} \frac{f(x) - e}{x - e^{-1}}$  ثم فسر النتيجة هندسياً.  
ب) بين أن النقطة  $\Omega \left( e^{\frac{1}{2}}; \frac{3}{2}\sqrt{e} \right)$  نقطة انعطاف لـ  $(C_f)$ .
3. أ) الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $h(x) = \frac{2}{x}$  وليكن  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.  
أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - h(x)]$  ثم فسر النتيجة بيانياً.  
ب) أدرس الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و  $(C_h)$ .
4. أ) أحسب  $f(e^{-2})$  ثم أرسم  $(C_f)$ .
5. أ) أدرس تغيرات الدالة  $k$  المعرفة على المجال  $] -\infty; 0[$  بـ:  $k(x) = f(-x)$ . (عبارة الدالة  $k$  غير مطلوبة).  
ب) وضح كيف يمكن رسم المنحني الممثل للدالة  $k$  انطلاقاً من  $(C_f)$  ثم أرسمه في نفس المعلم السابق.

التمرين الثالث: 05 نقاط

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n^2 \\ u_0 = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{لـ} \quad \text{نعتبر المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ:}$$

في الوثيقة المرفقة  $(C_f)$  هو التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0; 2]$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$  و  $(\Delta)$  المستقيم ذو المعادلة  $y = x$ .

1. باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  دون حسابها مبرزاً خطوط الرسم.
2. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 < u_n < 2$ .  
ب) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماماً على  $\mathbb{N}$  ثم استنتج أنها متقاربة وأحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

$$\text{II} \quad (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } v_n = \ln \left( \frac{1}{2}u_n \right)$$

1. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = 2$  يطلب تعيين حدها الأول.
2. أكتب كلاماً من  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$ . ثم استنتج مرة أخرى  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

3. أحسب بدلالة  $n$  المجموعين  $S_n$  و  $S'_n$  حيث:  $S'_n = \frac{1}{4}u_0^2 \times \frac{1}{4}u_1^2 \times \dots \times \frac{1}{4}u_n^2$

